我们这个时代的领袖数学史家

▌曲安京

一

吴文俊先生今年90岁了。在李文林老师的召集下，中国数学史界的同事们齐聚北京，在吴先生生日的当天，以会议的形式为先生祝寿。看到耄耋之年的吴先生依旧神采奕奕，慈祥可亲，大家都感到由衷的高兴。

10年前，吴先生八十大寿的时候，我正在国外游学，没有赶上，据说祝寿的场面也非常隆重。在那次会议上，李文林老师就吴先生在中国数学史研究方面的贡献作了一个主题报告，我后来捧读这篇文章，觉得李老师对吴先生的贡献总结得非常到位和全面，我完全赞同他的观点。[1]

前些日子我接待了一位著名的数学家，在饭桌上他突然问我："吴先生在数学史上有什么贡献？"这个问题我是有答案的，但又不是几句话可以说清楚的。我记得对话是这样的：

> "吴先生在数学史上的贡献，大约可以用两点概括：其一，他提出了一种自己的数学史观。"客人似乎对此有些了解，接着问："其二呢？""其二，吴先生在方法论上有重要的贡献。"大约客人觉得这样的概括不够具体，他问："方法论有什么东西？"我向他解释了一番，但是，那个场合实在不是讨论问题的场所，因此，好像没有说服他的意思。

吴先生提出的数学史观，体现了他对中国传统数学的价值的认识。吴先生提出的"古证复原"的数学史研究范式，则对过去30多年的中国数学史研究产生了十分重要的影响。我想就我个人的感受，对上面提到的两点谈一些感想，且作狗尾续貂。

二

今天，很多人都知道吴先生提出的数学史观：在数学的历史长河中，应该存在着两种交互出现的数学潮流，其一为公理化的逻辑演绎体系，其二为机械化的程序算法体系。后者的典型代表，就是中国传统数学。

将中国传统数学置于这样一个宏大的框架下，几乎与古希腊数学分庭抗礼，这是令不少人所难以理解和接受的。"中算"常常为人诟病的，是所谓缺乏形式逻辑系统上的演绎体系，往往是从具体问题而不是从公理系统出发。一些中国数学史家，因应这些指责，欲为之辩护，常常会摘章引句（如刘徽与《墨经》等），说明中国古代也有类似的东西云云，结果争来争去，谁也说服不了谁，大抵归结为"数

学”的定义到底是什么？而不了了之。这样的争论，沉寂一段时间，必定会卷土重来，然后又无疾而终。

其实，从现实问题出发，没有错；用程序算法解决问题，也没有错。数学史上，这样的事例比比皆是，只是大家习以为常，视而不见罢了，特别是20世纪以来，公理化的传统渗入到了现代数学的各个角落，更是给人的感觉，非此便不是数学。吴先生揭示了这样的事实：数学本来就存在着两种不同的传统，一种是证明的传统，一种是算法的传统。而“中算”作为后者的代表，正是她的价值所在。

近代科学得以创立的特点之一，就是要有将现实问题，抽象为数学模型而加以研究的习惯。我们可以在秦九韶、李冶，特别是朱世杰的著作中看到一点这样的苗头，很可惜，无以为续。在17世纪（明末清初）西方科学第一次传入中国的时候，一些数学家开始树立复兴传统数学的旗帜。但是，从清代数学家的表现来看，在继承并发扬中国数学传统方面，似乎并不成功，主要的原因，大约应该是没有认识到这个问题的症结所在。

2006年，我们在京都大学听完了小松彦三郎教授的报告后，吴先生说，关孝和等和算家才是朱世杰真正的继承人。应该说，和算家在继承“中算”传统的实践中，很自觉地将现实问题，抽象为数学问题，这是和算家能够做出更多深刻的、创造性的数学成就的主要原因，这也是和算对中国数学传统的最为重要的创新。

我个人学习吴先生的文章，慢慢体会到，“中算”的价值并不在于她曾经创造了什么数学，而是体现在她以机械化的、构造性的算法来处理现实问题的传统或方式，这是问题的关键所在。正如吴先生指出：“我国传统数学有它自己的体系与形式，有着它自己的发展途径与独创的思想体系，不能以西方数学的模式生搬硬套。”（[1]，页3）这一点，向不为数学家甚或数学史家所重视。“中算”的问题，并非缺少形式逻辑，而是缺乏将现实问题抽象为一般的数学模型的习惯，这一点阻碍了她的进一步发展，这大约是清代学者复兴“中算”的愿

望落空的根本原因。吴文俊先生自己在数学机械化方面的工作，是现代数学家继承中国数学传统的一次成功的实践，是真正在发扬光大以朱世杰为代表的“中算”传统。

三

吴文俊先生将他倡导的数学史的研究方法称为“古证复原”，在李文林老师的文章中对此也有详细的论述。2002年，我提出相对于李俨、钱宝琮先生的以“发现”为特征的传统的史学研究范式，吴先生的“古证复原”思想倡导了一种以“复原”为特征的新的数学史研究范式。[2] 我为什么这么说呢？那是因为，从根本上讲，吴文俊范式的出现，开创了一个新的时代。[3]

依我个人的浅见，吴先生在数学史研究方法论上的贡献，或许更加重要。事实上，他所倡导的数学史研究范式，远远超过了中国数学史的领域。至少，在我所熟悉的数理天文学史的研究实践中，已经产生了很大的影响。下面我用一个具体的小例子来说明这个情况。

中国数理天文学，是为了归算日月五星运动规律而诞生的一门学问，深受历代帝王的重视。不过，由于历法的颁布是一种皇权的象征，因此，虽然历代正史（《二十四史》）多辟有《天文律历志》以记载历法，但是，对历法的各种算法的构造方法多讳莫如深。长期以来，对于历史学家来说，这些历法文献所记录的艰涩文字，顶多是给出了一些经验公式，根本看不出其中蕴含了什么道理。

这种状况，直到1940年代薮内清的博士论文《隋唐历法史の研究》的出版才有所改观。1970年代以后，以陈美东先生为代表的一批中国天文史家，开始对历代历法的算法进行系统的清理，经过20多年的研究，隋唐以来历法中的各种主要算法基本上都清理出来了，这些研究，在很大程度上丰富了中国历法史的内容。

举例来说，在唐宋时期的历法中，天文学家为了计算太阳的视赤纬，构造了一系列复杂的多项式函数。如图1所示，点S表示太阳，点P表示北赤极，PSF为过太阳S的赤经圈，与赤道交于点F。按太阳日行一度，令$x=$弧SB，则弧$SF=\delta(x)$表示夏至前第x日太阳的视赤纬。

为了计算太阳视赤纬$\delta(x)$，中国古代的历法家们设计了很多不同的算法，其中唐代边冈的《崇玄历》(892) 中的术文称：

> 又计二至加时已来至其日昏后夜半日数及余。……令自相乘，进二位，以消息法(1667.5)除为分，副之。与五百分先相减，后相乘，千八百而一，以加副，为消息数。以象积(480)乘之，百约为分，再退为度。[4]

这段文字给出了一个计算太阳视赤纬的函数，按照陈美东的疏解，假设x表示二至后太阳在黄道上的实际行度，我们不难根据上述文字列出如下算式：

$$\theta(x)=\frac{480}{10^4}\times[\frac{100x^2}{1667.5}+\frac{\left(500-\frac{100x^2}{1667.5}\right)\times\frac{100x^2}{1667.5}}{1800}]\ (\text{度}) \qquad (1)$$

取黄赤大距$\varepsilon=24$度，则任意给定时刻太阳的视赤纬$\delta(x)$应如

$$|\delta(x)|=\varepsilon-\theta(x)$$

这就是《崇玄历》计算太阳视赤纬的算法，人们可以根据理论算法，来检验该算法的精度。对于天文史家来说，事情基本上到此为止了。那么，这个算法究竟是怎么得来的呢？因为边冈在《崇玄历》中没有说，天文史家便也就无从猜测了。

但是，对于我们这些深受吴范式影响的数学史家来说，公式(1)的精度如何，并不是我们关注的焦点，重要的是，它到底是如何得

来的？为了使问题更加明白，令$a\approx 91.31$度，表示黄道度之一象限的度分，则 (1) 式可以变化为

$$\theta(x)=\varepsilon[y+\frac{(1-y)y}{b}],\quad y(x)=\frac{x^2}{a^2} \tag{2}$$

其中$0\le y(x)\le 1$，ε为常数，b为唯一待定系数。

显而易见，(2)式并不是普通的插值函数，它的构造与内插法之类的数值方法是不同的。我们知道，对于一般的插值函数的构造，可以不必考虑被插函数的几何模型。但是，由于(2)式的特殊性，使得我们不能忽视它所对应的天体运动的几何模型。那么，如果边冈在《崇玄历》中使用了一个几何模型来构造公式(2)，这个几何模型会是什么呢？

四

根据吴文俊“古证复原”的原则：*所有研究结论应该在幸存至今的原著基础上得出；所有结论应该利用古人当时的知识、辅助工具和惯用的推理方法得出。*[5] 我们需要知道中国古代历法家习惯使用的几何模型。可惜，这样的资料非常的稀少。不过，在《明史历志》中，我们看到了《授时历》在计算白道交周时所采用的月道距差图，非常有趣的是，这幅图给出了一种将天球上的白道与黄道投影到平面上的做法。（图3）

那么，假定边冈也是利用类似的方式，将图1中的天球展布到平面上，而获得一个几何模型，可否以此推导出公式 (2) 呢？

我们将图1中的黄道面垂直地投影在平面上，如图2所示，直径ABC为黄道投影，点A、B、C分别表示春分、夏至、秋分点。以B为心的虚线圆表示天球在平面上的投影（即过两分点A、C的黄经圈）。图1中的赤道圈，投影为图2中的大圆$P\text{–}ADCE$，其中圆

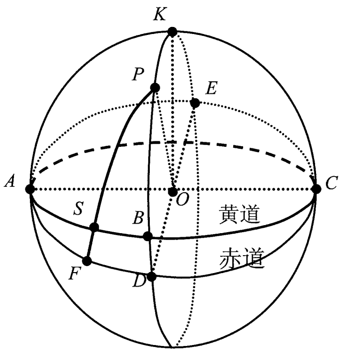

图1 太阳的视赤纬

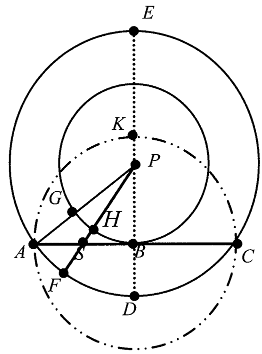

图2《崇玄历》算法的构造

心P表示北赤极，弧ADC为图1中外侧的半个赤道的投影，而大圆弧AEC为图1中内侧的半个赤道的投影。

在图2中，以点P为圆心，PB为半径作一个圆，与过太阳S的赤经圈 (PSF) 交于点H，与过春分点A的赤经圈 (PA) 交于点G，于是可令黄赤大距$\varepsilon = BD = HF = GA$。

如图1，设x表示夏至前第x日，按太阳日行一度，则$x =$弧SB；弧$SF = \delta(x)$ 表示夏至前第x日太阳的视赤纬，令$a =$ 弧AB，表示一个象限的长度；则将图1投影如图2时，近似地我们有

$$SB : AB = x : a$$

并且

$$HS = \theta(x) = \varepsilon - \delta(x)$$

因为

$$AB^2 = AP^2 - PB^2,\quad BS^2 = PS^2 - PB^2$$

所以

$$\frac{x^2}{a^2} = \frac{BS^2}{AB^2} = \frac{(PS+PB)(PS-PB)}{(AP+PB)(AP-PB)} = \frac{(2a-2\varepsilon+\theta)\theta}{(2a-\varepsilon)\varepsilon}$$

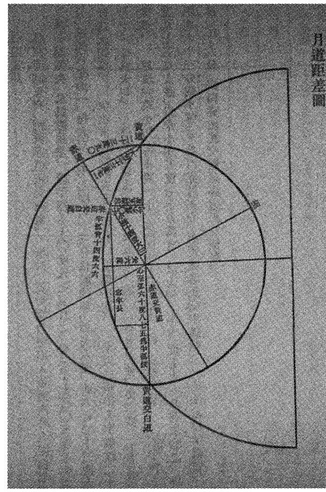

图3《授时历》月道距差

于是

$$\frac{x^2}{a^2}=\frac{\theta}{\varepsilon}-\frac{(1-\frac{\theta}{\varepsilon})\frac{\theta}{\varepsilon}}{(2a-\varepsilon)/\varepsilon}$$

上式可以化为

$$\theta=\varepsilon[\frac{x^2}{a^2}+\frac{(1-\frac{\theta}{\varepsilon})\frac{\theta}{\varepsilon}}{b}]$$

其中$b = (2a - \varepsilon) / \varepsilon$。若令$\frac{\theta}{\varepsilon}=\frac{x^2}{a^2}=y$，则有

$$\theta(x)=\varepsilon[y+\frac{(1-y)y}{b}],\quad y(x)=\frac{x^2}{a^2}$$

此即 (2) 式。这可能就是边冈算法的构造过程。

这个结果的意义在于，中国古代历法家很可能曾有意识地利用一些天体运动的几何模型来推导他们的算法，在没有球面三角的前提下，将天球投影到平面的做法，也是古希腊天文学家所惯常使用的。

在过去的20多年中，我们将吴范式运用到数理天文学史的研究，在薮内清与陈美东等天文史家工作的基础上，获得了一系列有趣的结果，在很大程度上推动了中国数理天文学史的研究。

五

国内数学史界的几代数学史家汇聚一堂，为吴先生祝寿，从大家的踊跃发言可以看出，吴先生赢得了几乎所有与会者发自肺腑的赞颂。这是因为：对于很多人来讲，他们的学术生命是从吴先生的这棵大树上生根、发芽，乃至茁壮成长起来的。引水思源，也是要感谢的。

有些人因为自己崇高的学术成就，而受到大家的尊敬；有些人因为占据重要的学术资源并且热心地为别人服务，而受到大家的感谢。作为一个学者，要做到这一点，或许并不是太难。但是，要赢得大家由衷地敬佩和爱戴，就不是那么容易了，只有那些给别人的学术生命注入动力的人，才能够做到这一点，而这才是成就一个众望所归之学术领袖的主要因素。

吴文俊先生在中国数学史界的影响力，是完全不一样的。他是那种受到职业数学史家广泛爱戴的学者。几年前，有一位对数学史特别热心的老数学家，在听完了我讲述的吴文俊与中国数学史的故事后，蛮认真地说，他在他的国家所作的事情，也正是吴先生在中国所作的。他当然希望他能够在他的国家的数学史家中间，也拥有吴先生在中国所拥有的影响力。不过，很多年过去了，我并没有看到。这说明，要赢得一个国家的大部分职业数学史家的拥戴，并不是一件容易的事。

中国数学史界的同仁，对吴先生都怀有深刻的敬仰之情。这不仅仅因为他作为当代中国的一位大数学家，对中国数学史的研究倾注了很大的热情和支持，我和我的同行们当然都感受到了这种支持在精神和物质上给予我们的鼓励，我觉得更重要的是，吴先生在方法论上为

过去30多年的中国数学史研究指明了一种方向，真正做到了一面旗帜的作用。这是大家心甘情愿地环聚在他的周围，拥戴他是我们这个时代的领袖数学史家的真正原因。

（作者为西北大学数学系教授）

参考文献

[1] 李文林，古为今用的典范——吴文俊教授的中国数学史研究，北京教育学院学报，2001，15(2):1–5。

[2] Qu Anjing. The Third Approach to the History of Mathematics in China, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians 2002*, vol. III. Beijing: Higher Education Press, 2002. 947–958.

[3] 曲安京，再谈中国数学史研究的两次运动，自然辩证法通讯，2006，28(5):100–104。

[4] 中华书局编，历代天文律历等志汇编(7)，北京：中华书局，1976，2354。

[5] Wu Wen-tsun. Recent Studies of the History of Chinese Mathematics. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 1986*. Providence: American Mathematical Society, 1986. 1657.